سلطنة عمان - وزارة التربية والتعليم
المديرية العامة للتربية والتعليم بمحافظة شمال الباطنة
دائرة تنمية الموارد البشرية - قسم العلوم التطبيقية - وحدة الرياضيات

كراسة الطالب التدريبية في الرياضيات

الصف: الثاني عشر بحتة، الوحدة: الأولى

(النهايات والاتصال)

الفصل الدراسي الأول

٢٠١٧/ ٢٠١٨م

فريق العمل/أسماء راشد المزروعي، خديجة محمد الشحي
شيخة سعيد الكعبي، مدرسة/ شناص للبنات (١٠- ١٢)

المقدمة:

الحمد لله الذي علم بالقلم، علم الإنسان ما لم يعلم، والصلاة والسلام على النبي الأكرم، الذي لم يكتب بقلم، وقاد الأمة لأعلى المراتب والقمم.

يعتبر التدريب من الطرق الفاعلة في تحسين ورفع التحصيل الدراسي للطلبة، فهو الوسيلة الرئيسة لتعليم المهارة واكتسابها وتطويرها، كما أن التدريب الموزع على فترات والمتواصل يساعد على بقاء جزء كبير من المعلومات السابقة، ويساعد الطالب على فهم الأفكار والمفاهيم فهما واعيا مما يحقق الدقة ويزيد الكفاءة ويجنب الأخطاء، فمثلا يمكن أن يتعلم الطالب كيفية إجراء القسمة المطولة عن طريق تقليد أستاذه ولكن من خلال التدريب والممارسة يمكنه أن يحسن من قدرته على إجراء القسمة المطولة ويصبح قادرا على إيجاد الحل الصحيح بسرعة ودقة واتقان. لذا فالتدريب يعزز من ثقة الطالب بنفسه ويزيد الدافعية لديه ويطور اتجاهاته الايجابية نحو التعلم.

وتأكيدا على ما سبق واستمرار لاهتمام وحدة الرياضيات بمحافظة شمال الباطنة بتعزيز واثراء مناهج المادة تم اعداد كراسة تدريبية للطالب في وحدة النهايات والاتصال للصف للثاني عشر، وقد تضمنت هذه الكراسة ما يلي:

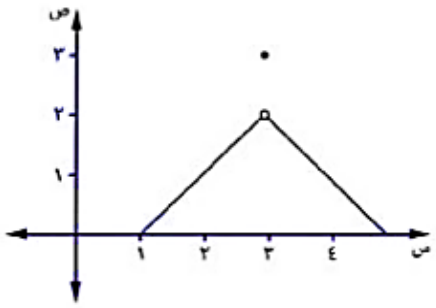
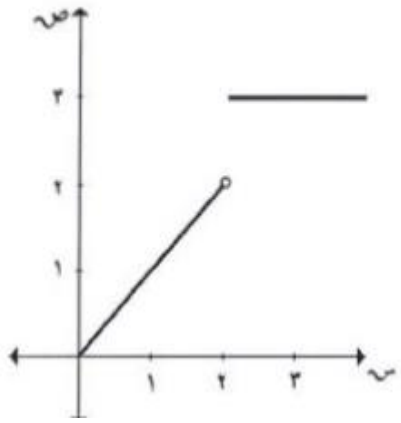
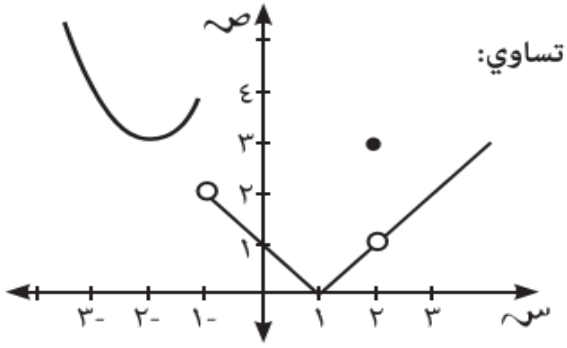
١. مفردات اختبارية شاملة جميع الدروس مع حلولها من أسئلة الاختبارات النهائية الموجودة في زاويتي والتي تناولت الوحدة.
٢. اختبارا للوحدة يفيد الطالب في المراجعة النهائية على الوحدة.
٣. ملحق لتوضيح خطوات حل جميع المفردات الموضوعية المتضمنة في الكراسة.

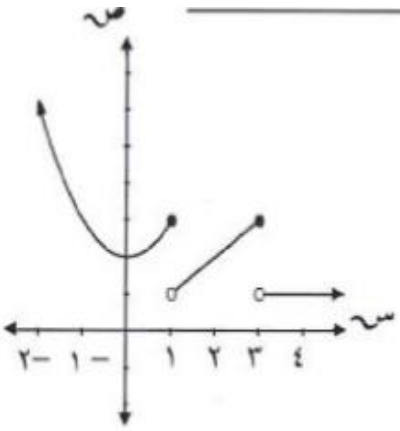
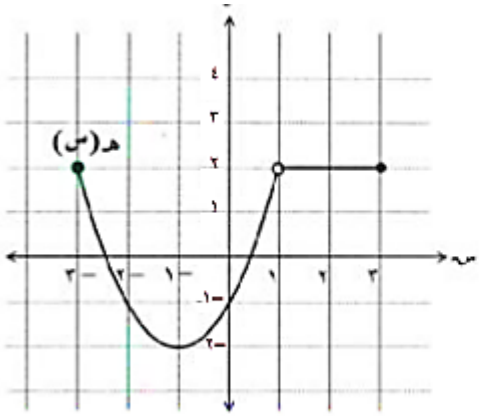
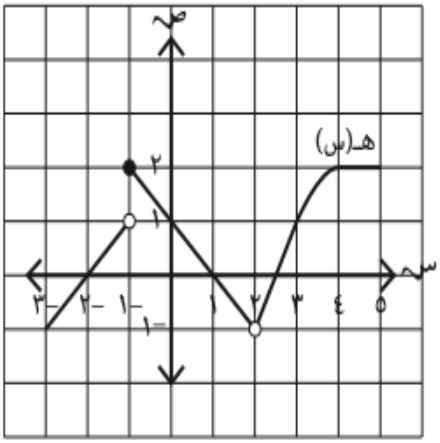
آملين أن يحقق هذا العمل الأهداف المنشودة منه وأن يكون مرجعا مساندا للطلبة في دراسة الوحدة وتحقيق مخرجاتها. سائلين الله العلي القدير أن ينفعنا بما علمنا وأن يعلمنا ما ينفعنا، والله من وراء القصد وهو يهدي السبيل.

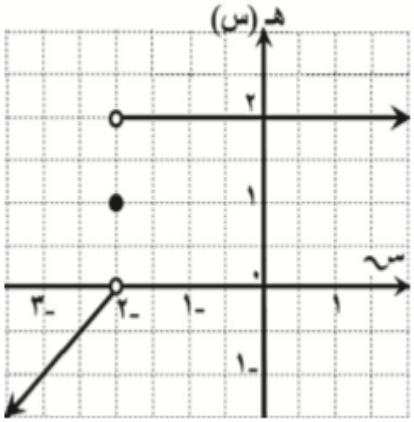
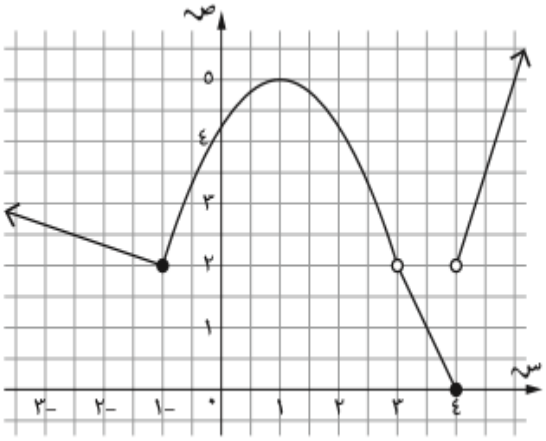
فريق العمل

الدرس الأول: نـهاية الدالة عند نقطة

أولا: الأسئلة الموضوعية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** من الشكل المجاور $\lim_{س \to ٣}$ د (س) =  ١ ٢ ٢ ٢ ٣ ٢ غير موجودة ٢
٢	**اختبار ٢٠١١/ ٢٠١٢ م / الدور الاول** إذا كان الشكل المجاور يمثل الدالة د (س)، فإن $\lim_{س \to ٢}$ د(س) تساوي:  صفر ٢ ٣ ٢ غير موجودة ٢
٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** الشكل المجاور يمثل الدالة ص = د (س) ، إذا كان أ ∈ {-١، ١،٢} فإن $\lim_{س \to أ}$ د (س) غير موجودة عندما أ تساوي:  ١- ٢ ٢,١- ٢ ٢ ,١ ٢ ١ ٢

٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول**  الشكل المجاور يمثل الدالة ص = د(س). إذا كان أ ∈ {١ ، ٢ ، ٣}، فإن نهـا د(س) موجودة عندما أ تساوي: (س ← أ) ○ ٢ ○ ٣ ○ ٢،١ ○ ٣،١
٥	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول**  من الشكل المجاور : نهـا هـ(س) = (س ← ٢) ○ ٢- ○ ١ ○ ٢ ○ غير موجودة
٦	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني**  إذا كان الشكل المجاور يمثل بيان الدالة هـ(س) المعرفة على الفترة [-٣، ٥]، فإن مجموعة قيم ل بحيث تكون نهـا هـ(س) = ١ تساوي : (س ← ل) ○ {٠، ١-} ○ {٣، ١-} ○ {٣، ٠} ○ {٣، ٠، ١-}

٧	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** في الشكل المقابل الذي يمثل بيان الدالة هـ(س)، نهـــا هـ(س) تساوي: س ← -٢ ☐ صفر ☐ ١ ☐ ٢ ☐ غير موجودة 
٨	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** إذا كان الشكل المقابل يمثل بيان الدالة د(س)، نهـــا د(س) = ٢ ، فإن قيم ب هي : س ← ب ☐ {-١ ، ٣ ، ٤} ☐ {٣ ، ٤} ☐ {-١ ، ٤} ☐ {-١ ، ٣} 

ثانيا: الأسئلة المقالية: لا توجد

الدرس الثاني:نـهايات الدوال

أولا: الأسئلة الموضوعية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** $\text{نهـا}_{س \leftarrow -١} \frac{\frac{١}{س} + ١}{س + ١}$ ☐ ∞ ☐ ١ ☐ صفر ☐ -١
٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** $\text{نهـا}_{س \leftarrow ٠} \frac{(-٢ + س)^{٢} - ٤}{س} =$ ☐ -٤ ☐ صفر ☐ ٤ ☐ ∞
٣	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** إذا كان $\text{نهـا}_{س \leftarrow ٢} \frac{س^{٢} د(س) - ٢٤}{س - ٢} = ٣٦$ ، حيث د(س) دالة حدودية، فإن د (٢) تساوي: ☐ ٣٦ ☐ ٢٤ ☐ ٤ ☐ ٣
٤	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** $\text{نهـا}_{س \leftarrow ٤} \frac{-٤س(\sqrt{س} - ٢)}{س - ٤}$ ☐ ٤ ☐ ٢ ☐ -٢ ☐ -٤
٥	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** إذا كانت $\text{نهـا}_{س \leftarrow -١} \frac{هـ(س) - ٤}{س + ٤} = ٦$ ، فإن $\text{نهـا}_{س \leftarrow -١} \frac{س^{٢} + ٣س - ٤}{هـ(س) - ٤} =$ ○ $-\frac{٥}{٦}$ ○ $-\frac{٦}{٥}$ ○ -١٨ ○ -٣٠

٦	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** إذا كانت ق (س) دالة متصلة على مجالها، و كان $\lim_{س \to ٧}$ ق (س) = - ٥ ، فإن $\lim_{س \to ٣}$ (٣ × ق(س+٤)) تساوي: ☐ ٢١ ☐ ١٢ ☐ - ٥ ☐ - ١٥
٧	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** مجموعة نقاط انفصال الدالة د(س) = $[٣ - \frac{٢}{٥} س]$ ، [ ] ترمز لدالة الصحيح ، هي : ☐ $\{\frac{٢}{٥} م : م \in صـ\}$ ☐ $\{٥ م : م \in صـ\}$ ☐ $\{\frac{١}{٥} م : م \in صـ\}$ ☐ $\{\frac{٥}{٢} م : م \in صـ\}$
٨	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** إذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س) = ٢ ، فإن $\lim_{س \to ٣}$ (٤هـ(س) + ١) تساوي : ☐ ٥ ☐ ٧ ☐ ٩ ☐ ١٣
٩	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** إذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{س - ٣أ - ٢}{س - ٢}$ = م ، حيث أ ، م ∈ ح فإن قيمة أ تساوي : ☐ صفر ☐ ١ ☐ ٢ ☐ ٣
١٠	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** $\lim_{س \to -٤}$ $\frac{|٢س + ٤| - ٤}{س + ٤}$ = ☐ -٢ ☐ -١ ☐ صفر ☐ ∞

ثانيا: الأسئلة المقالية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** إذا كان $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٢} + (م - ٢)س - ٢م}{س - ٢} = ٥$ فأوجد قيمة م
٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** أوجد $\lim_{س \to ١} \frac{\frac{١}{س} - \sqrt{س}}{١ - \frac{١}{س}}$
٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** إذا كانت $\lim_{س \to ١} \left(٣س^{٢} - \frac{٥}{ق(س)} + ٢ \right) = ٠$ فأوجد $\lim_{س \to ١} ق(س)$.
٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** إذا كانت $\lim_{س \to ٢} \left(\frac{ق(س)}{٣} + ٢س \right) = ٥$ ، فأوجد $\lim_{س \to ٢} ق(س)$.
٥	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** إذا كانت $د(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ٨}{س + ٢}$ ، فأوجد $\lim_{س \to ٥} د(س)$.
٦	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** أوجد $\lim_{س \to ٤} \frac{\left| س^{٢} - ٣س - ٢٨ \right|}{٢س - ٢}$

٧	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدورالاول** أوجد $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} + \sqrt{س} - ٢}{س - ١}$
٨	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** إذا كانت $\lim_{س \to ٥} ق(س) = ٦$ ، فأوجد $\lim_{س \to ٥} \frac{س \times ق(س)}{١ - ق(س)}$.
٩	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** أوجد $\lim_{س \to ٤} \frac{(٢س - ١٦) + س\sqrt{س}}{س - ٤}$
١٠	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** أوجد $\lim_{س \to -١} \frac{\sqrt{س + ٣} - ١}{١ - س}$
١١	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** إذا كانت $\lim_{س \to ٣} \frac{ب س^{٢} - أ}{س - ٣} = ١٢$ ، حيث أ، ب $\in$ ح ، فأوجد قيمة كلًا من أ، ب.

الدرس الثالث: نهاية الدالة عند اللانهاية

أولا: الأسئلة الموضوعية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** إذا كانت $\lim_{س \to \infty} \frac{١ - س^{٣}}{س^{م+٢}(٢س^{(ن+١)} + ٣)^{٢}} = \frac{-١}{٤}$ فإن م + ن = ○ $\frac{١}{٢}$ ○ ١ ○ $\frac{٥}{٢}$ ○ ٣
٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** $\lim_{س \to \infty} \frac{٣٧ + س^{٣} - ٢س^{٤}}{س + ٢ - ٤س^{٣}} =$ ○ $-\infty$ ○ صفر ○ $\frac{١}{٢}$ ○ ∞
٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** $\lim_{س \to \infty} \frac{\sqrt{٩٧س^{٤} + س^{٣}}}{س^{٣} - ٨} =$ ○ صفر ○ ٣ ○ ٩ ○ ∞
٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** إذا كانت $\lim_{س \to \infty} \frac{(أ + ٤)س - (أ + ٢) س^{٣}}{(أ - ٢) س + ٥} =$ ب ، حيث أ، ب ∈ ح ، فإن قيمة ب تساوي: ○ $\frac{٣}{٢}$ ○ $\frac{١}{٢}$ ○ $-\frac{١}{٢}$ ○ $-\frac{٣}{٢}$

	اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني $\text{نهـا}_{س \to \infty} (س + ١)\left(\frac{٥}{س} + \frac{٧}{س^{٢}} + \frac{٤}{س^{٣}}\right) =$ ○ ١ ○ ٤ ○ ٥ ○ ٧
٦	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** $\text{نهـا}_{س \to \infty}\left(\frac{٤س^{٢} - ٦}{٥ - ٢س^{٢}}\right)^{٢} =$ ○ ٤- ○ ٢- ○ ٢ ○ ٤
٧	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** إذا كانت $\text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{أ س^{٢}(س + ١)^{٤}}{(٣ - ٢س^{٣})^{٢}} = \frac{٣}{٢}$ ، فإن قيمة أ تساوي: ○ ٦ ○ ٣ ○ ٣- ○ ٦-
٨	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** $\text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{س^{-٤} - س^{-٣}}{٣س^{-٤} + ٢س^{-١}}$ تساوي : ○ $\frac{١}{٣}$ ○ صفر ○ $\frac{-١}{٢}$ ○ ∞-

ثانيا: الأسئلة المقالية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** إذا كانت د(س) = $\frac{\sqrt{س^{٣} - ٢س + ١} + س(س - ١)}{س|س| - ١}$ ، $\lim_{س \to -\infty}$ د(س) = ٥ك × $\lim_{س \to ١^{+}}$ د(س) ، فأوجد قيمة ك .
٢	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** إذا كانت د (س) = $\frac{س^{٢} + س(١ + |س + ٣|)}{\sqrt[٣]{س^{٣} - ٩}}$ ، $\lim_{س \to -\infty}$ د (س) = $\frac{\lim_{س \to ١}$ د(س)}{ل٢} فأوجد قيمة ل.
٣	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** إذا كان $\lim_{س \to \infty}$ $\frac{(٣ + ٤س^{٢})^{٥}}{أ س^{أ}(٧ + س^{٣})^{ن}}$ = -٤ ، حيث ن ∈ ص$^{+}$ ، أ ∈ ح فأوجد قيمة كلاً من أ، ن .

الدرس الرابع: اتصال الدالة عند نقطة

أولا: الأسئلة الموضوعية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** إذا كانت الدالة د(س) = $\begin{cases} س - ل ، س < ٣ \\ ٢ل ، س \geq ٣ \end{cases}$ متصلة عند س = ٣ ، فإن قيمة ل تساوي: ○ صفر ○ ١ ○ ٢ ○ ٣
٢	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** إذا كانت الدالة د(س) = $\begin{cases} ٢ - [س] ، س \geq ل \\ ٨ + ٢[س] ، س < ل \end{cases}$ متصلة عند س = ل ، فإن قيم ل تنتمي إلى الفترة : ○ $]-١ ، ٠[$ ○ $]-٢ ، -١[$ ○ $]-٣ ، -٢[$ ○ $]-٤ ، -٣[$

ثانيا: الأسئلة المقالية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدورالثاني** إذا كانت $ق_{هـ}$ (س) = $\begin{cases} ٢س^{٢} - س - ٢ ، س < ١ \\ س + ٢ل ، س \geq ١ \end{cases}$ فأوجد قيمة ل التي تجعل الدالة $ق_{هـ}$ (س) متصلة عند س = ١

٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** ابحث اتصال الدالة د(س) = $\begin{cases} ٣س + ٢ & ، س = ٣ \\ \frac{س^{٢} - ٩}{٣س - ٩} & ، س \neq ٣ \end{cases}$ عند س = ٣
٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدورالثاني** أعد تعريف الدالة د(س) = $\frac{١ - س^{٢}}{\sqrt{س} - ١}$ بحيث تكون متصلة عند س = ١
٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** أعد تعريف الدالّة د(س) = $\frac{\sqrt{س + ٦} - ٣}{س - ٣}$ ، بحيث تكون متصلة عند س = ٣
٥	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** ابحث اتصال الدالة ق(س) = $\begin{cases} ١ - س & ، س \leq ٣ \\ \frac{|٢س - ٦|}{س - ٣} & ، س > ٣ \end{cases}$ عند س = ٣.
٦	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدورالثاني** لتكن الدالة هـ (س) = $\begin{cases} ب - أس^{٢} & ، س > ٣ \\ ٨ & ، س = ٣ \\ أس^{٢} + ب + ٤ & ، س < ٣ \end{cases}$ ، أوجد قيم كلًا من أ ، ب التي تجعل هـ (س) متصلة عند س = ٣ .

الدرس الخامس: اتصال الدالة على مجالها

أولا: الأسئلة الموضوعية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** إحدى الدوال التالية متصلة على ح = [١، ٣] : ☐ د(س) = $\frac{\sqrt{٧س^{٢}+٢}}{س^{٢}-٢س-٣}$ ☐ د(س) = $\frac{\sqrt{٧س^{٢}-٣س+٢}}{س^{٢}-٢س-٣}$ ☐ د(س) = $\frac{\sqrt{٧س^{٢}+٢}}{س^{٢}-٤س+٣}$ ☐ د(س) = $\frac{\sqrt{٧س^{٢}-٣س+٢}}{س^{٢}-٤س+٣}$
٢	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** قيمة أ التي تجعل الدالة (س) = $\begin{cases} \frac{أس^{٢}-٢س}{س-٢} & ، س \neq ٢ \\ ٢ & ، س = ٢ \end{cases}$ ، متصلة على ح تساوي : ☐ صفر ☐ ١ ☐ ٢ ☐ ٤
٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** قيمة ك التي تجعل الدالة د(س) = $\begin{cases} \frac{٣س^{٢}-١٢}{س+٢} & ، س \neq -٢ \\ ك & ، س = -٢ \end{cases}$ ، متصلة على ح تساوي: ☐ ٣ ☐ صفر ☐ -٤ ☐ -١٢

٤	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** إذا كان $\lim_{س \to أ}$ [١ − ٢س] = − ١ فإن أ تنتمي إلى الفترة: ○ $\left[\frac{١}{٢}، ١\right]$ ○ $\left]\frac{١}{٢}، ١\right[$ ○ $\left]\frac{١}{٢}، ١\right]$ ○ $\left[\frac{١}{٢}، ١\right[$
٥	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني** إذا كانت ق (س) دالة متصلة على مجالها، و كان $\lim_{س \to ٧}$ ق (س) = − ٥ ، فإن $\lim_{س \to ٣}$ (٣ × ق(س+٤)) تساوي: ○ ٢١ ○ ١٢ ○ − ٥ ○ − ١٥

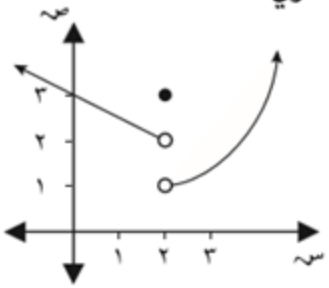
ثانيا: الأسئلة المقالية:

م	السؤال
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** ابحث اتصال الدالة د(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ١ ، ١ \geq س > ٣ \\ ٧ + س ، ٣ \geq س > ٥ \end{cases}$ على مجالها.
٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** إذا كانت د(س) = $\begin{cases} س^{٢} - أ س + ٥ ، س \geq ٤ \\ |س − ٣| ، س < ٤ \end{cases}$ متصلة على ح ، فأوجد قيمة أ .

٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** ابحث اتصال الدالة د(س) = $\begin{cases} ١ & ، \quad س = ١ \\ [٢ - س] & ، \quad ١ < س \geq ٢ \end{cases}$ على الفترة [١ ، ٢]
٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** إذا كانت د(س) = هـ(س) × ق(س) ، حيث هـ(س) = [س - ٢] ، ق(س) = س ، فابحث اتصال الدالة د(س) على الفترة [٠ ، ١] .
٥	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** ابحث اتصال الدالة د(س) = $\begin{cases} ٧س - ١٣ & ، \quad س \geq ٢ \\ \left[\left[٢ - \frac{١}{٢} س \right]\right] & ، \quad ٢ < س < ٦ \end{cases}$ على مجالها
٦	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** إذا كانت ل(س) = |س| ، هـ (س) = $\begin{cases} س + ٤ & ، \quad س \geq ٠ \\ ٤ - س & ، \quad س < ٠ \end{cases}$ ابحث إتصال الدالة د(س) = ل(س) × هـ (س) على ح .

اختبار الوحدة

أولا الأسئلة الموضوعية:

١	الاختبار التدريبي ٢٠١٥/ ٢٠١٦) $\lim_{س \to \infty} \frac{س^{٢}-١}{س+١}$ = أ) ∞ ب) -١ جـ) ١ د) $-\infty$
٢	الاختبار التدريبي ٢٠١٥/ ٢٠١٦ إذا كان $\lim_{س \to ١}$ د(س) = ٨ ، $\lim_{س \to ١}$ هـ(س) = ٥ فإن $\lim_{س \to ١} \frac{د(س)}{٢هـ(س)}$ = أ) $\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{٨}{٥}$ جـ) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{١٦}{٥}$
٣	الاختبار التدريبي ٢٠١٥/ ٢٠١٦)اذا كانت د(س) = $\begin{cases} أ س^{٢}+١ ، & س \geq ٥ \\ \lvert س \rvert + ١ ، & س < ٥ \end{cases}$ فإن قيمة أ التي تجعل $\lim_{س \to ٥}$ د(س) موجودة هي: أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{6}{٢٥}$ جـ) $\frac{٧}{٢٥}$ د) $\frac{١}{٥}$
٤	الاختبار التدريبي ٢٠١٥/ ٢٠١٦ ٤ اذا كانت د(س) = $\begin{cases} [س+ك] ، & ١ \geq س > ٢ \\ ٧-٢س ، & س \leq ٢ \end{cases}$ فإن قيم ك التي تجعل د(س) متصله عند س = ٢ تنتمي للفترة : أ) [٢،١] ب]٢،١[جـ)]٢،١[د)]٢،١[
٥	اختبار الدور الأول ٢٠١٥/ ٢٠١٦ إذا كان الشكل المجاور يمثّل بيان الدالة د(س)، فإن $\lim_{س \to ٢}$ د(س) تساوي:  ١ ٢ ٣ غير موجودة

٦	اختبار الدور الأول ٢٠١٥/ ٢٠١٦ $\text{نهـــا}_{س \leftarrow \frac{٥}{٢}} \frac{[س]}{س} =$ ○ $\frac{٥}{٢}$ ○ ٢ ○ ١ ○ $\frac{٤}{٥}$
٧	اختبار الدور الأول ٢٠١٥/ ٢٠١٦ إذا كانت د(س)= $\begin{cases} \|س\| + ب & ، س \leq ٣ \\ ٢س - ١ & ، س > ٣ \end{cases}$ متصلة على ح ، فإن قيمة ب تساوي: ○ ٢ ○ ٤ ○ ٨ ○ ١٠
٨	اختبار الدور الأول ٢٠١٥/ ٢٠١٦ إذا كانت ق(س) حدودية من الدرجة الثانية، وكانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٤} \frac{ق(س) + ١٦}{(س - ٤)^{٢}} = ١$ ، فإن $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٤}$ ق(س) تساوي: ○ ∞ ○ ٤ ○ صفر ○ -١٦

ثانيا: الأسئلة المقالية:

١	الاختبار التدريبي ٢٠١٥/ ٢٠١٦ ابحث نهاية الدالة د(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢} - س}{س - ١} & ، س \geq -٢ \\ س + ٨ & ، س < -٢ \end{cases}$ عند س = -٢

٢	الاختبار التدريبي ٢٠١٥/ ٢٠١٦ ابحث اتصال الدالة ق(س)= $\left[\frac{س}{٢}\right]+٤$ ٠ ≤ س < ٣ على مجالها
٣	الاختبار التدريبي ٢٠١٥/ ٢٠١٦ أوجد $\lim_{س \to ١} \frac{س-١}{\sqrt{س+٣}-\sqrt{٥-س}}$
٤	اختبار الدور الأول ٢٠١٥/ ٢٠١٦ أوجد $\lim_{س \to \infty} \frac{٤س^{٥}+٣س+١}{٢س^{٥}+٩}$
٥	اختبار الدور الأول ٢٠١٥/ ٢٠١٦ ابحث اتصال الدالة د (س) على مجالها حيث د (س) = $\begin{cases} \frac{٢س+٣}{س-٢} & ، ٠ < س \leq ٣ \\ س^{٢}-٢س+٦ & ، ٣ < س < ٦ \end{cases}$
٦	اختبار الدور الأول ٢٠١٥/ ٢٠١٦ أوجد $\lim_{س \to -١} \frac{٢\sqrt[٣]{س}+٢}{(\sqrt[٣]{س}+١)^{٥}-٢\sqrt[٣]{س}-٢}$

دليل الإجابات على الأسئلة الموضوعية والمقالية

الدرس الأول: نهاية الدالة عند نقطة :

أولا: الأسئلة الموضوعية:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
البديل الصحيح	٢	غير موجودة	-١	٢	٢	{٠ ، ٣}	غير موجودة	{-١، ٣}

الدرس الثاني:النهايات على الدوال:

أولا: الأسئلة الموضوعية:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
البديل الصحيح	-١	-٤	٣	-٤	-٦/٥	-١٥	$\{ \frac{٥}{٢} م : م \in ص \}$

رقم السؤال	٨	٩	١٠
رقم البديل الصحيح	٩	١	٢-

ثانيا: الأسئلة المقالية:

رقم السؤال	الإجابة
١	$\text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{س^{٢} + (م-٢)س - ٢م}{س-٢} = \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{(س-٢)(س+م)}{س-٢} = \text{نهـا}_{س \to ٢}(س+م)$ $\because \text{نهـا}_{س \to ٢}(س+م) = ٢+م \quad \therefore ٢+م = ٥ \Leftarrow م = ٣$ **بطريقة أخرى:** $\text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{س^{٢} + (م-٢)س - ٢م}{س-٢} = \text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{س^{٢} + م س - ٢س - ٢م}{س-٢}$ $\text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{س(س-٢) + م(س-٢)}{س-٢} = \text{نهـا}_{س \to ٢}(س+م) = ٢+م$ $٢+م = ٥$ (معطى) $\Leftarrow م = ٣$

اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول

$$\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{\frac{1}{س}-\sqrt{س}}{1-\frac{1}{س}}=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{\frac{1-س\sqrt{س}}{س}}{\frac{س-1}{س}}=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{1-س\sqrt{س}}{1-س}$$

بالضرب في المرافق

$$\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{1-س\sqrt{س}}{1-س}\times\frac{1+س\sqrt{س}}{1+س\sqrt{س}}$$

$$\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{س^{3}-1}{(1-س)(1+س\sqrt{س})}=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{(س-1)(1+س+س^{2})}{(1-س)(1+س\sqrt{س})}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}-\frac{(1+س+س^{2})}{(1+س\sqrt{س})}=\frac{-3}{2}$$

حل آخر

٢

بالضرب في المرافق

$$\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{\frac{1}{س}-\sqrt{س}}{1-\frac{1}{س}}\times\frac{\frac{1}{س}+\sqrt{س}}{\frac{1}{س}+\sqrt{س}}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{\frac{1}{س}-س}{\left(1-\frac{1}{س}\right)\left(\frac{1}{س}+\sqrt{س}\right)}=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{\frac{1-س^{3}}{س^{2}}}{\left(\frac{1-س}{س}\right)\left(\frac{1+س\sqrt{س}}{س}\right)}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{\frac{1-س^{2}}{س^{2}}}{\frac{(1-س)(1+س\sqrt{س})}{س^{2}}}=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{1-س^{3}}{(1-س)(1+س\sqrt{س})}$$

ويكمل بنفس الحل السابق

٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** $\because \lim_{س \to ١} \left(٣س^{٢} - \frac{٥}{ق(س)} + ٢ \right) = ٠$ $\therefore \lim_{س \to ١} ٣س^{٢} - \lim_{س \to ١} \frac{٥}{ق(س)} + \lim_{س \to ١} ٢ = ٠$ $٣ - \frac{٥}{\lim_{س \to ١} ق(س)} + ٢ = ٠$ $\Leftarrow \frac{٥}{\lim_{س \to ١} ق(س)} = ٥$ $\therefore \lim_{س \to ١} ق(س) = ١$
٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** $\because \lim_{س \to ٢} \left(٢س + \frac{ق(س)}{٣} \right) = ٥$ $\lim_{س \to ٢} ٢س + \frac{١}{٣} \lim_{س \to ٢} ق(س) = ٥$ $٤ + \frac{١}{٣} \lim_{س \to ٢} ق(س) = ٥$ $\frac{١}{٣} \lim_{س \to ٢} ق(س) = ١$ $\therefore \lim_{س \to ٢} ق(س) = ٣$
٥	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** $\lim_{س \to ٥} \frac{س^{٢} - ٢س - ٨}{س + ٢} = \frac{٥^{٢} - ٢ \times ٥ - ٨}{٥ + ٢}$ $= \frac{٢٥ - ١٠ - ٨}{٧} = \frac{٧}{٧} = ١$
٦	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول** التعويض المباشر $= \frac{|١٦ - ٤ \times ٣ - ٢٨|}{٢ - ٤ \times ٢}$ $= \frac{|١٦ - ١٢ - ٢٨|}{٦}$ $= \frac{|-٢٤|}{٦} = \frac{٢٤}{٦} = ٤$

اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول

٧

$$\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{س^{٢}+\sqrt{س}-٢}{س-١}=\frac{١+١-٢}{١-١}=\frac{صفر}{صفر}\ \text{كمية غير معينة}$$

$$\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{(س^{٢}-٢)+\sqrt{س}}{س-١}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{(س^{٢}-٢)+\sqrt{س}}{س-١}\times\frac{(س^{٢}-٢)-\sqrt{س}}{(س^{٢}-٢)-\sqrt{س}}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{(س^{٢}-٢)^{٢}-س}{(س-١)\left((س^{٢}-٢)-\sqrt{س}\right)}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{س^{٤}-٤س^{٢}+٤-س}{(س-١)\left((س^{٢}-٢)-\sqrt{س}\right)}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{س(س^{٣}-١)-٤(س^{٢}-١)}{(س-١)\left((س^{٢}-٢)-\sqrt{س}\right)}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{س(س-١)(س^{٢}+س+١)-٤(س-١)(س+١)}{(س-١)\left((س^{٢}-٢)-\sqrt{س}\right)}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{س(س^{٢}+س+١)-٤(س+١)}{(س^{٢}-٢)-\sqrt{س}}$$

$$=\frac{(١+١+١)-٤(١+١)}{(١-٢)-\sqrt{١}}$$

$$=\frac{٣-٨}{-٢}=\frac{٥}{٢}=٢,٥$$

حل آخر :

$$\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{س^{٢}+\sqrt{س}-٢}{س-١}=\frac{١+١-٢}{١-١}=\frac{صفر}{صفر}\ \text{كمية غير معينة}$$

$$\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{س^{٢}-١+\sqrt{س}-١}{س-١}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{س^{٢}-١}{س-١}+\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{\sqrt{س}-١}{س-١}$$

$$=\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{(س-١)(س+١)}{(س-١)}+\text{نهـا}_{س\to 1}\frac{\sqrt{س}-١}{\left(\sqrt{س}-١\right)\left(\sqrt{س}+١\right)}$$

$$=٢+\frac{١}{٢}=٢,٥$$

حل آخر :

$$\text{نهـا}_{س\leftarrow 1}\frac{س^{2}+\sqrt{س}-2}{س-1}=\frac{1+1-2}{1-1}=\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}\ \text{كمية غير معينة}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\text{نهـا}_{س\leftarrow 1}\dfrac{س^{2}-1+\sqrt{س}-1}{س-1}\\ =\text{نهـا}_{س\leftarrow 1}\dfrac{س^{2}-1}{س-1}+\text{نهـا}_{س\leftarrow 1}\dfrac{\sqrt{س}-1}{س-1}\\ =\text{نهـا}_{س\leftarrow 1}\dfrac{(س-1)(س+1)}{(س-1)}+\text{نهـا}_{س\leftarrow 1}\dfrac{\sqrt{س}-1}{س-1}\times\dfrac{\sqrt{س}+1}{\sqrt{س}+1}\\ =\text{نهـا}_{س\leftarrow 1}\dfrac{س-1}{(س-1)(\sqrt{س}+1)}+2\\ =\frac{1}{2}+2=2,5\end{array}\right.$$

اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني

٨

بالتعويض المباشر:

$$\text{نهـا}_{س\leftarrow 0}\frac{س\times ق(س)}{1-ق(س)}$$

$$=\frac{\text{نهـا}_{س\leftarrow 0}س\times\text{نهـا}_{س\leftarrow 0}ق(س)}{1-\text{نهـا}_{س\leftarrow 0}ق(س)}$$

$$=\frac{5\times 6}{1-6}$$

$$=\frac{30}{-5}$$

$$=-6$$

بالتعويض المباشر : $\frac{٨-١٦+٨}{٤-٤}=\frac{٠}{٠}$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{٢س - ١٦ + س\sqrt{س}}{س - ٤} = \lim_{س \to ٤} \frac{٢س - ٨ - ٨ + س\sqrt{س}}{س - ٤}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{٨ - س\sqrt{س}}{س - ٤} + \lim_{س \to ٤} \frac{٢ \times (س - ٤)}{(س - ٤)}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{(٢ - \sqrt{س})(٤ + \sqrt{س} + س)}{(٢ - \sqrt{س})(٢ + \sqrt{س})} + ٢ \lim_{س \to ٤}$$

$$= \frac{٤ + ٤ + ٤}{٢ + ٢} + ٢ = ٣ + ٢ = ٥$$

طريقة أخرى للحل باستخدام القسمة المطولة :

بالتعويض المباشر: $\frac{٨-١٦+٨}{٤-٤}=\frac{٠}{٠}$

$$\begin{array}{r|l} س\sqrt{س} + ٢س - ١٦ & س - ٤ \\ \hline س\sqrt{س} - ٤\sqrt{س} & \sqrt{س} + ٢ \\ \hline ٤\sqrt{س} + ٢س - ١٦ & \\ ٤\sqrt{س} - ٨ & \\ \hline -٢س + ٨ & \\ -٢س + ٨ & \\ \hline ٠ & \end{array}$$

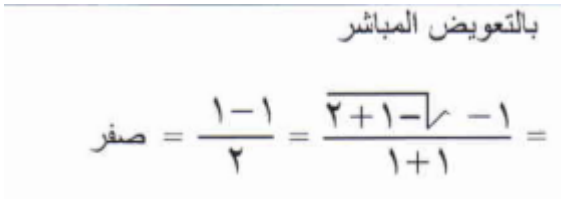
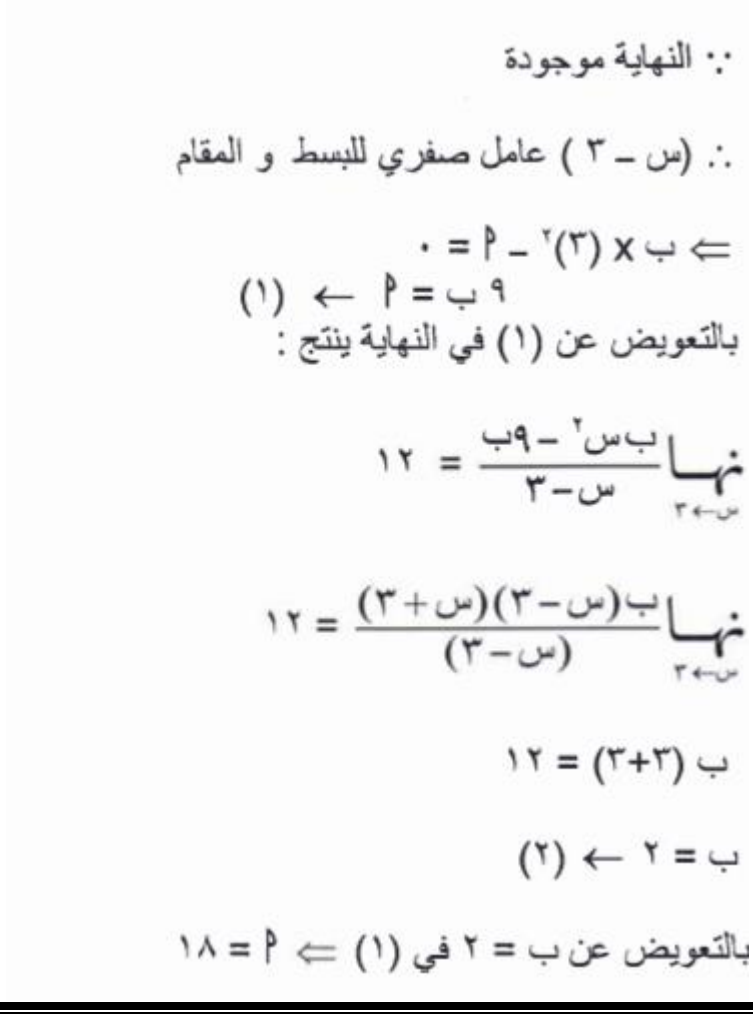
$$= \lim_{س \to ٤} \frac{٢س - ١٦ + س\sqrt{س}}{س - ٤}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \left(\frac{٤\sqrt{س} - ٨}{س - ٤}\right) + \lim_{س \to ٤} (٢ + \sqrt{س})$$

$$= \lim_{س \to ٤} \left(\frac{٤ \times (٢ - \sqrt{س})}{(٢ - \sqrt{س})(٢ + \sqrt{س})}\right) + ٤$$

$$= \frac{٤}{٢ + ٢} + ٤ = ٥$$

٩

١٠	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول** 
١١	**اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدورالاول** 

طريقة أخرى للحل :

∵ النهاية موجودة

∴ (س – ٣) عامل صفري للبسط و المقام

⇐ ب × (٣)^{٢} – أ = ٠

٩ ب – أ = ٠ ← (١)

قسمة المقدار $(ب س^{٢} - أ)$ على (س – ٣) باستخدا
لقسمة المطولة أو التركيبية ، نحصل على

$$\lim_{س \to ٣} \frac{ب س^{٢} - أ}{س - ٣} = \lim_{س \to ٣} \frac{(س-٣)(ب س + ٣ب)}{س - ٣}$$

$$\therefore \lim_{س \to ٣} (ب س + ٣ب) = ١٢$$

٦ب = ١٢ ⇐ ب = ٢

بالتعويض عن ب = ٢ في معادلة (١) ⇐ أ = ١٨

الدرس الثالث : نهاية الدالة عند اللانهاية:

أولا: الأسئلة الموضوعية:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
البديل الصحيح	٢/١	+ ∞	صفر	-٢/١	٥	٤	٦	صفر

ثانيا: الأسئلة المقالية:

رقم السؤال	الإجابة
١	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدورا لأول** $د(س) = \frac{\sqrt{س^{٢} - ٢س + ١} + س(س-١)}{س|س| - ١}$ $= \frac{\sqrt{(س-١)^{٢}} + س(س-١)}{س|س| - ١}$ $= \frac{|س-١| + س(س-١)}{س|س| - ١}$ $نهـا_{س \to -\infty} د(س) = نهـا_{س \to -\infty} \frac{-(س-١) + س(س-١)}{-س^{٢} - ١}$ $نهـا_{س \to -\infty} \frac{س^{٢} - ٢س + ١}{-س^{٢} - ١} = \frac{١}{-١} = -١$ $نهـا_{س \to ١^{+}} د(س) = نهـا_{س \to ١^{+}} \frac{(س-١) + س(س-١)}{س^{٢} - ١}$ $= نهـا_{س \to ١^{+}} \frac{س^{٢} - ١}{س^{٢} - ١} = ١$ $\therefore -١ = ٥ك \times ١ \Leftarrow ك = \frac{-١}{٥}$

حل آخر: بالضرب فى مرافق البسط

$$د(س) = \frac{س(س-١) + \sqrt{س^{٢} - ٢س + ١}}{١ - |س|س}$$

$$\times \frac{س(س-١) - \sqrt{س^{٢} - ٢س + ١}}{س(س-١) - \sqrt{س^{٢} - ٢س + ١}}$$

$$= \frac{(س(س-١))^{٢} - س^{٢} - ٢س + ١}{\left[س(س-١) - \sqrt{س^{٢} - ٢س + ١}\right](١ - |س|س)}$$

$$= \frac{(س-١)^{٢}(س^{٢}) - (س-١)^{٢}}{[(س-١)س - |س-١|](١ - |س|س)}$$

$$= \frac{(س-١)^{٢}(١ - س^{٢})}{[(س-١)س - |س-١|](١ - |س|س)}$$

$$نهـا_{س \to -\infty} د(س) = نهـا_{س \to -\infty} \frac{(س-١)^{٢}(١-س^{٢})}{(-س^{٢}-١)[-س+١-س(س-١)]}$$

$$= نهـا_{س \to -\infty} \frac{(س-١)^{٢}(١-س^{٢})}{(-س^{٢}-١)(١-س^{٢})}$$

$$= نهـا_{س \to -\infty} \frac{س^{٢}-٢س+١}{-س^{٢}-١} = \frac{١}{-١} = -١$$

$$نهـا_{س \to ١^{+}} د(س) = نهـا_{س \to ١^{+}} \frac{(س-١)^{٢}(١-س^{٢})}{(س^{٢}-١)[س-١-س(س-١)]}$$

$$= نهـا_{س \to ١^{+}} \frac{(س-١)^{٢}(١-س^{٢})}{-(س^{٢}-١)(س-١)^{٢}}$$

$$= نهـا_{س \to ١^{+}} \frac{(س-١)^{٢}(١-س^{٢})}{(١-س^{٢})(س-١)^{٢}} = ١$$

$$\therefore -١ = ٥ك \times ١ \Leftarrow ك = \frac{-١}{٥}$$

حل آخر:

$$= \lim_{س \to -\infty} \frac{(س-1)س + \sqrt{س^2 - 2س + 1}}{س|س| - 1}$$

$$= \lim_{س \to -\infty} \frac{س + س^2 + \sqrt{س^2 - 2س + 1}}{-س^2 - 1}$$

$$= \lim_{س \to -\infty} \frac{\frac{1}{س} - \frac{س^2}{س^2} + \sqrt{\frac{س^2}{س^4} - \frac{2س}{س^4} + \frac{1}{س^4}}}{\frac{-س^2}{س^2} - \frac{1}{س^2}}$$

$$= \frac{1}{-1} = -1$$

$$= \lim_{س \to 1^+} \frac{(س-1)س + \sqrt{س^2 - 2س + 1}}{س|س| - 1}$$

$$= \lim_{س \to 1^+} \frac{س - س^2 + \sqrt{(س-1)^2}}{س^2 - 1}$$

$$= \lim_{س \to 1^+} \frac{س - س^2 + (س-1)}{س^2 - 1}$$

$$= \lim_{س \to 1^+} \frac{س^2 - 1}{س^2 - 1} = 1$$

$$\therefore -1 = 5ك \times 1 \Leftarrow ك = \frac{-1}{5}$$

٢	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** $\text{نهـا}_{س\leftarrow-\infty} د(س) = \text{نهـا}_{س\leftarrow-\infty} \frac{س^{٢} + س(١ + |س + ٣|)}{\sqrt{٣}س^{٣} - ٩}$ $= \text{نهـا}_{س\leftarrow-\infty} \frac{س^{٢} + س(١ - س - ٣)}{\sqrt{٣}س^{٣} - ٩}$ $= \text{نهـا}_{س\leftarrow-\infty} \frac{-٢س}{س\sqrt{٣ - \frac{٩}{س^{٣}}}} = -٢$ $\text{نهـا}_{س\leftarrow١} د(س) = \text{نهـا}_{س\leftarrow١} \frac{س^{٢} + س(١ + |س + ٣|)}{\sqrt{٣}س^{٣} - ٩}$ $= \text{نهـا}_{س\leftarrow١} \frac{١ + ١ + ٤}{\sqrt{٣} - ٨} = -٣$ $\text{نهـا}_{س\leftarrow-\infty} د(س) = \frac{\text{نهـا}_{س\leftarrow١} د(س)}{٢ل}$ $\therefore -٢ = \frac{-٣}{٢ل} \Leftarrow \therefore ل = \frac{٣}{٤}$
٣	**اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني** $\text{نهـا}_{س\leftarrow\infty} \frac{٣^{٥} + ... + (٤س^{٢})^{٥}}{(أ_{ن}س^{ن} + ... + (س^{٣})^{ن})} = -٤$ $\text{نهـا}_{س\leftarrow\infty} \frac{٣^{٥} + ... + ٤^{٥}س^{١٠}}{(أ_{ن}س^{ن} + ... + أس^{٣ن+١})} = -٤$ ∵ النهاية موجودة ∴ ٣ن + ١ = ١٠ ن = ٣ $\frac{٤^{٥}}{أ} = -٤$ $أ = -\frac{٤^{٥}}{٤} = -٤^{٤} = -٢٥٦$

الدرس الرابع: اتصال الدالة عند نقطة:

أولا: الأسئلة الموضوعية:

رقم السؤال	١	٢
البديل الصحيح	١	] -٢، -١ [

ثانيا: الأسئلة المقالية:

رقم السؤال	الإجابة
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** ∵ د(س) متصلة عند س = ١ ∴ $\lim_{س \to ١}$ د(س) موجودة ∴ $\lim_{س \to ١^+}$ د(س) = $\lim_{س \to ١^-}$ د(س) ∴ ١ + ٢ل = ٢ − ١ − ٢ ل = −١
٢	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول** $\lim_{س \to ٣}$ $\frac{س^٢ - ٩}{٣س - ٩}$ = $\frac{(س + ٣)(س - ٣)}{٣(س - ٣)}$ = ٢ د(٣) = ٩ + ٢ = ١١ ∵ د(٣) ≠ $\lim_{س \to ٣}$ د(س) ∴ د(س) غير متصلة عند س = ٣

٣	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني** $د(س) = \frac{١ - س^{٢}}{١ - \sqrt{س}} \times \frac{١ + \sqrt{س}}{١ + \sqrt{س}}$ $= \frac{(١ - س^{٢})(١ + \sqrt{س})}{١ - س}$ $= \frac{-(س - ١)(س + ١)(١ + \sqrt{س})}{١ - س}$ $\therefore د(س) = -(س + ١)(١ + \sqrt{س})$ $\lim_{س \to ١} د(س) = \lim_{س \to ١} -(س + ١)(١ + \sqrt{س})$ $\therefore \lim_{س \to ١} د(س) = -٤$ $\therefore د(س) = \begin{cases} \frac{١ - س^{٢}}{١ - \sqrt{س}} & ، س \neq ١ \\ -٤ & ، س = ١ \end{cases}$
٤	**اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول** $د(س) = \frac{\sqrt{٦ + س} - ٣}{س - ٣} \times \frac{\sqrt{٦ + س} + ٣}{\sqrt{٦ + س} + ٣}$ $= \frac{٦ - س - ٩}{(س - ٣)(\sqrt{٦ + س} + ٣)} = \frac{-(س - ٣)}{(س - ٣)(\sqrt{٦ + س} + ٣)}$ $\therefore د(س) = \frac{-١}{\sqrt{٦ + س} + ٣}$ $\therefore \lim_{س \to ٣} د(س) = \lim_{س \to ٣} \frac{-١}{\sqrt{٦ + س} + ٣} = \frac{-١}{٦}$ $\therefore د(س) = \begin{cases} \frac{\sqrt{٦ + س} - ٣}{س - ٣} & ، س \neq ٣ \\ \frac{-١}{٦} & ، س = ٣ \end{cases}$

اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الثاني

٥

$$ق(س) = \begin{cases} ١ - س & ، \quad س \leq ٣ \\ \dfrac{-(٢س - ٦)}{س - ٣} & ، \quad س > ٣ \end{cases}$$

$$ق(س) = \begin{cases} ١ - س & ، \quad س \leq ٣ \\ -٢ & ، \quad س > ٣ \end{cases}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣^+} د(س) = \text{نهـا}_{س \to ٣^+} ١ - س = -٢$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣^-} د(س) = \text{نهـا}_{س \to ٣^-} -٢ = -٢$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣} د(س) = د(٣) = -٢$$

∴ د(س) متصلة عند س = ٣

اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الثاني

٦

∵ الدالة هـ (س) متصلة عند س = ٣

$$\text{نهـا}_{س \to ٣^+} هـ(س) = \text{نهـا}_{س \to ٣^-} هـ(س) = هـ(٣)$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣^+} هـ(س) = ٩ أ + ب + ٤ = ٨$$

$$\therefore ٩ أ + ب = ٤ \longleftarrow (١)$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣^-} هـ(س) = ب - ٩ أ$$

$$\therefore ب - ٩ أ = ٨ \longleftarrow (٢)$$

بجمع (١) ، (٢) ⇐ ب = ٦

بطرح (١) من (٢) ⇐ $أ = -\frac{٢}{٩}$

الدرس الخامس: اتصال الدالة على مجالها:

أولا: الأسئلة الموضوعية:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥
البديل الصحيح	$\frac{\sqrt{س٢ + ٢}}{س٢ - ٤س + ٣}$	١	١٢-	] ١ ، $\frac{١}{٢}$ [	١٥-

ثانيا: الأسئلة المقالية:

رقم السؤال	الإجابة
١	**اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الثاني** أولا: $س^{٢} + ١$ متصلة في]١،٣[دالة حدودية $٧ + س$ متصلة في]٣،٥[دالة حدودية ثانياً : نبحث الاتصال عند س = ٣ $نهـــاد(س) = ٣ + ٧ = ١٠$ (س ← ٣+) $نهـــاد(س) = ٩ + ١ = ١٠$ (س ← ٣-) $د(٣) = ١٠$ $\because نهـــاد(س) = نهـــاد(س) = د(٣)$ (س ← ٣+) (س ← ٣-) ∴ الدالة د(س) متصلة عند س = ٣

تابع الجزئية ب :

ثالثاً : نبحث اتصال الدالة على يمين س=١

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ١^+} د(س) = س^{٢} + ١ = ٢ = د(١)$$

∴ الدالة د(س) متصلة على يمين س = ١

∴ من أولاً و ثانياً وثالثاً الدالة د(س) متصلة على $[١، ٥[$

اختبار ٢٠١١ / ٢٠١٢ م / الدور الاول

٢

$|س - ٣| = س - ٣$ عندما $س > ٤$

$$\text{∴ د(س)} = \begin{cases} س^{٢} - ٢ب س + ٥ & ، \quad س \geq ٤ \\ س - ٣ & ، \quad س < ٤ \end{cases}$$

∵ د(س) متصلة على ح ∴ $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٤^+} د(س) = \text{نهـــا}_{س \leftarrow ٤^-} د(س)$

$$١ = ١٦ - ٤ ب + ٥$$

$$\text{∴ } ب = ٥$$

اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الثاني

$$د(س) = \begin{cases} ١ & ، \ س = ١ \\ [٢ - س] & ، \ ١ < س \geq ٢ \end{cases}$$

$$\therefore د(س) = \begin{cases} ١ & ، \ س = ١ \\ ٠ & ، \ ١ < س \geq ٢ \end{cases}$$

أولا : نبحث الاتصال على] ١ ، ٢ [

د (س) = ٠ متصلة لأنها ثابتة.

ثانيا : ١)

$$\text{نهـا}_{س \to ١^+} د(س) = \text{صفر} ، \ د(١) = ١$$

$$\therefore \text{نهـا}_{س \to ١^+} د(س) \neq د(س)$$

∴ د(س) غير متصلة عند س = ١

٢)

$$\text{نهـا}_{س \to ٢^-} د(س) = ٠ ، \ د(٢) = ٠$$

∴ د(س) متصلة عند س = ٢

من أولا وثانيا

∴ د(س) متصلة على الفترة] ١ ، ٢ [

٣

اختبار ٢٠١٢ / ٢٠١٣ م / الدور الاول

$$هـ(س) = \begin{cases} -٢ & ، \ ٠ \leq س < ١ \\ -١ & ، \ س = ١ \end{cases}$$

$$د(س) = \begin{cases} -٢س & ، \ ٠ \leq س < ١ \\ -١ & ، \ س = ١ \end{cases}$$

$$د(س) = \begin{cases} -٢س & ، \ ٠ \leq س < ١ \\ -س & ، \ س = ١ \end{cases}$$

أولاً:

$د(س) = -٢س$ ، متصلة على $[٠ ، ١[$ لأنها حدودية.

ثانياً :

١) $\because د(٠) = \lim_{س \to ٠^+} د(س) = ٠$

$\therefore$ د(س) متصلة عند س = ٠

٢) $\because د(١) = -١ \neq \lim_{س \to ١^-} د(س) = -٢$

$\therefore$ د(س) غير متصلة عند س = ١

$\therefore$ د(س) متصلة على $[٠ ، ١[$

٤

اختبار ٢٠١٣ / ٢٠١٤ م / الدور الاول

٥

إعادة تعريف الدالة :

$$د(س) = \begin{cases} ٧س - ١٣ & ، \quad س \geq ٢ \\ ٠ & ، \quad ٢ < س \geq ٤ \\ -١ & ، \quad ٤ < س < ٦ \end{cases}$$

أولا : بحث الاتصال في الفترات المفتوحة :

- في الفترة $]-\infty ، ٢[$

الدالة خطية فهي متصلة في الفترة $]-\infty ، ٢[$

- في الفترة $]٢ ، ٤[$

الدالة ثابتة فهي متصلة في الفترة $]٢ ، ٤[$

- في الفترة $]٤ ، ٦[$

الدالة ثابتة فهي متصلة في الفترة $]٤ ، ٦[$

ثانيا : بحث الاتصال عند $س = ٢ ، س = ٤$

عندما $س = ٢ \Leftarrow$ نهـا$_{س \to ٢^-}$ $٧س - ١٣ = ١٤ - ١٣ = ١$ ، نهـا$_{س \to ٢^+}$ $٠ = ٠$

نهـا$_{س \to ٢}$ $د(س)$ غير موجودة

الدالة غير متصلة عند $س = ٢$

عندما $س = ٤$

نهـا$_{س \to ٤^-}$ $٠ = ٠$ ، نهـا$_{س \to ٤^+}$ $-١ = -١ \Leftarrow$ نهـا$_{س \to ٤}$ $د(س)$ غير موجودة

الدالة غير متصلة عند $س = ٤$

$\therefore د(س)$ متصلة في الفترة $]-\infty ، ٦[- \{٢ ، ٤\}$

اختبار ٢٠١٤ / ٢٠١٥ م / الدور الاول

٦

بإعادة تعريف الدالة ل(س) :

$$\text{ل}(س) = \begin{cases} -س ، س \geq ٠ \\ س ، س < ٠ \end{cases}$$

بإعادة تعريف الدالة د (س) = ل (س) × هـ (س)

$$\text{د}(س) = \begin{cases} -س(س+٤) ، س \geq ٠ \\ س(٤-س) ، س < ٠ \end{cases}$$

أولاً : بحث الإتصال في الفترات المفتوحة :

- الفترة] $-\infty$ ، ٠ [
  الدالة كثيرة حدود متصلة
- الفترة] ٠ ، ∞ [
  الدالة كثيرة حدود متصلة

ثانياً : بحث الإتصال عند س = صفر

$$\text{نهـا}_{س \to ٠^+} \text{د}(س) = \text{صفر} ، \text{نهـا}_{س \to ٠^-} \text{د}(س) = \text{صفر}$$

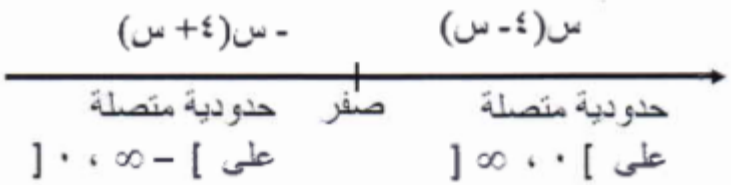
د(٠) = صفر

الدالة متصلة عند س = صفر

∴ د(س) متصلة على ح

طريقة أخرى للحل :

باعادة تعريف الدالة ، وبوضعها على خط الاعداد :



بحث الإتصال عند س = صفر

$\lim_{س \to 0^+}$ د(س) = ٤ ، $\lim_{س \to 0^-}$ د(س) = ٤

د (٠) = ٤

الدالة متصلة عند س = صفر

الدالة د (س) متصلة على ح

إجابة اختبار الوحدة:

أولا: الأسئلة الموضوعية:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الإجابة	أ	ج	د	ج	غير موجودة	$\frac{٤}{٥}$	٢	١٦-

ثانيا: الأسئلة المقالية:

رقم السؤال	الإجابة
١	$\lim_{س \to -٢^-} (س) = \lim_{س \to -٢^-} \frac{س^٢ - ٤}{س + ١} = \lim_{س \to -٢^-} \frac{(س-٢)(س+٢)}{س+١} = -٢$ $\lim_{س \to -٢^+} (س) = \lim_{س \to -٢^+} (٢س + ٨) = -٤ + ٨ = ٤$ $\because \lim_{س \to -٢^+} (س) \neq \lim_{س \to -٢^-} (س)$ ∴ النهاية غير موجودة عند س= -٢
٢	ق(س)= $\left[\frac{س}{٢}\right] + ٤ = \begin{cases} ٤ & ٠ \leq س < ٢ \\ ٥ & ٢ \leq س < ٣ \end{cases}$ في الفترة [٠،٢[بما إن الدالة ثابتة إذن متصلة بالمثل في الفترة [٢،٣[بما إن الدالة ثابتة إذن متصلة نبحث النهاية عند س=٢ $\lim_{س \to ٢^-} (س) = ٤$ $\lim_{س \to ٢^+} (س) = ٥$ $\because \lim_{س \to ٢^-} (س) \neq \lim_{س \to ٢^+} (س)$ ∴ النهاية غير موجودة عند س=٢ ∴ الدالة غير متصلة عند س= ٢ ∴ الدالة متصلة على مجالها - {٢}

٣	$\lim_{س \to ١} \frac{س - ١}{\sqrt{س} - \sqrt{٥ - س} - ٣} = \frac{٠}{٠}$ $\lim_{س \to ١} \frac{س - ١}{\sqrt{س} - \sqrt{٥ - س} - ٣} = \lim_{س \to ١} \frac{س - ١}{\sqrt{س} - ١ + \sqrt{٥ - س} - ٢}$ $= \lim_{س \to ١} \frac{١}{\frac{\sqrt{س} - ١}{س - ١} + \frac{\sqrt{٥ - س} - ٢}{س - ١}}$ $\lim_{س \to ١} \frac{١}{\frac{\sqrt{س} - ١}{س - ١} \times \frac{\sqrt{٥ - س} + ٢}{\sqrt{٥ - س} + ٢} + \frac{\sqrt{٥ - س} - ٢}{س - ١} \times \frac{\sqrt{س} + ١}{\sqrt{س} + ١}}$ $\lim_{س \to ١} \frac{١}{\frac{١}{\sqrt{س} + ١} + \frac{١}{\sqrt{٥ - س} + ٢}} = ٢$
٤	$\lim_{س \to \infty} \frac{٤ س^{٥} + ٣ س + ١}{٢ س^{٥} + ٩} = \frac{٤}{٢} = ٢$ **طريقة أخرى للحل:** $\lim_{س \to \infty} = \frac{\frac{٤ س^{٥}}{س^{٥}} + \frac{٣ س}{س^{٥}} + \frac{١}{س^{٥}}}{\frac{٢ س^{٥}}{س^{٥}} + \frac{٩}{س^{٥}}}$ $\lim_{س \to \infty} = \frac{٤ + \frac{٣}{س^{٤}} + \frac{١}{س^{٥}}}{٢ + \frac{٩}{س^{٥}}}$ $= \frac{٤ + ٠ + ٠}{٢ + ٠} = ٢$

٥	أولا: بحث الاتصال في الفترات المفتوحة: في الفترة] ٠، ٣ [الدالة د(س) نسبية ∴ د(س) متصلة على] ٠، ٣ [- {٢} في الفترة] ٣، ٦ [الدالة د(س) حدودية ∴ د(س) متصلة على] ٣، ٦ [ثانيا: بحث الاتصال عند س= ٣ $د(٣) = \frac{٣ + ٣ \times ٢}{٣ - ٢} = \frac{٩}{١} = ٩$ $نهـا_{س \leftarrow ٣^-} د(س) = نهـا_{س \leftarrow ٣^-} \frac{٣ + ٢س}{س - ٢} = \frac{٩}{١} = ٩$ $نهـا_{س \leftarrow ٣^+} د(س) = نهـا_{س \leftarrow ٣^+} (س^{٢} - ٢س + ٦) = ٩$ $نهـا_{س \leftarrow ٣} د(س) = د(٣) = ٩ \Leftarrow$ متصلة عند س = ٣ من أولًا و ثانيًا ∴ د(س) متصلة على] ٠، ٦ [- { ٢ }
٦	بالتعويض المباشر = $\frac{٠}{٠}$ كمية غير معينة. $= نهـا_{س \leftarrow -١} \frac{٢(١ + \sqrt[٣]{س})}{(١ + \sqrt[٣]{س})^{٥} - ٢(١ + \sqrt[٣]{س})}$ $= نهـا_{س \leftarrow -١} \frac{٢(١ + \sqrt[٣]{س})}{(١ + \sqrt[٣]{س})[(١ + \sqrt[٣]{س})^{٤} - ٢]}$ $= نهـا_{س \leftarrow -١} \frac{٢}{(١ + \sqrt[٣]{س})^{٤} - ٢}$ $= \frac{٢}{(١ + \sqrt[٣]{-١})^{٤} - ٢} = \frac{٢}{٠ - ٢} = -١$

طريقة أخرى للحل:

بالتعويض المباشر $= \frac{0}{0}$ كمية غير معينة.

$$= \lim_{س \to -1} \frac{2(1 + \sqrt[3]{س^2})}{(1 + \sqrt[3]{س^2})^5 - 2(1 + \sqrt[3]{س^2})}$$

$$= \lim_{س \to -1} \frac{2(1 + \sqrt[3]{س^2})(1 + \sqrt[3]{س^2} - \sqrt[3]{س^2})}{\left[(1 + \sqrt[3]{س^2})^5 - 2(1 + \sqrt[3]{س^2})\right]\left[1 + \sqrt[3]{س^2} - \sqrt[3]{س^2}\right]}$$

$$= \lim_{س \to -1} \frac{2(س + 1)}{(1 + \sqrt[3]{س^2})^5 - 2(س + 1)\left[1 + \sqrt[3]{س^2} - \sqrt[3]{س^2}\right]}$$

$$= \lim_{س \to -1} \frac{2(س + 1)}{(1 + \sqrt[3]{س^2})^5 - 2(س + 1)}$$

$$= \lim_{س \to -1} \frac{2}{(1 + \sqrt[3]{س^2})^4 - 2}$$

$$= \frac{2}{(1 + \sqrt[3]{-1})^4 - 2} = \frac{2}{0 - 2} = -1$$

طريقه اخرى للحل:

بالتعويض المباشر $= \frac{0}{0}$ كمية غير معينة.

$ص = \sqrt[3]{س}$ ، $س \to -1 \Leftarrow ص \to -1$

$$= \lim_{ص \to -1} \frac{2ص + 2}{(ص + 1)^5 - 2ص - 2}$$

$$= \lim_{ص \to -1} \frac{2(ص + 1)}{(ص + 1)^5 - 2(ص + 1)}$$

$$= \lim_{ص \to -1} \frac{2}{(ص + 1)^4 - 2}$$

$$= \frac{2}{(-1 + 1)^4 - 2} = \frac{2}{-2} = -1$$

طريقة أخرى للحل:

بالتعويض المباشر $= \frac{٠}{٠}$ كمية غير معينة.

$$= \lim_{س \leftarrow -١} \frac{٢(١ + \sqrt[٣]{س})}{(١ + \sqrt[٣]{س})(١ + \sqrt[٣]{س+١})^{٥} - ٢}$$

نفرض ص $= \sqrt[٣]{س+١}$ عند س $\leftarrow$ -١ ، ص $\leftarrow$ ٠

$$= \lim_{ص \leftarrow ٠} \frac{٢ص}{ص^{٥} - ٢ص}$$

$$= \lim_{ص \leftarrow ٠} \frac{٢ص}{ص(ص^{٤} - ٢)}$$

$$= \lim_{ص \leftarrow -١} \frac{٢}{ص^{٤} - ٢}$$

$$= \frac{٢}{٠ - ٢} = -١$$

طريقة أخرى للحل :

بالتعويض المباشر $= \frac{٠}{٠}$ كمية غير معينة.

$$= \lim_{س \leftarrow -١} \frac{٢(١ + \sqrt[٣]{س})}{(١ + \sqrt[٣]{س})(١ + \sqrt[٣]{س+١})^{٥} - ٢} \times \frac{\frac{١}{\sqrt[٣]{س+١}}}{\frac{١}{\sqrt[٣]{س+١}}}$$

$$= \lim_{س \leftarrow -١} \frac{٢}{(١ + \sqrt[٣]{س+١})^{٤} - ٢}$$

$$= \frac{٢}{(١ + \sqrt[٣]{-١+١})^{٤} - ٢} = \frac{٢}{٠ - ٢} = -١$$

طريقة أخرى للحل :

بالتعويض المباشر $= \frac{0}{0}$ كمية غير معينة.

$$= \lim_{س \to -1} \left[\frac{(\sqrt[3]{س+1})^{5} - 2(\sqrt[3]{س+1})}{2(\sqrt[3]{س+1})} \right]^{-1}$$

$$= \lim_{س \to -1} \left[\frac{(\sqrt[3]{س+1})^{5}}{2(\sqrt[3]{س+1})} - \frac{2(\sqrt[3]{س+1})}{2(\sqrt[3]{س+1})} \right]^{-1}$$

$$= \lim_{س \to -1} \left[\frac{(\sqrt[3]{س+1})^{4}}{2} - 1 \right]^{-1}$$

$$= [0-1]^{-1} = -1$$

طريقة أخرى للحل :

بالتعويض المباشر $= \frac{0}{0}$ كمية غير معينة.

$$\lim_{س \to -1} \frac{2(\sqrt[3]{س+1})}{(\sqrt[3]{س+1})^{5} - 2(\sqrt[3]{س+1})}$$

بقسمة $(\sqrt[3]{س+1})^{5} \div (\sqrt[3]{س+1})$

$$= س^{\frac{4}{3}} + 4س + 6س^{\frac{2}{3}} + 4س^{\frac{1}{3}} + 1$$

$$= \lim_{س \to -1} \frac{2(\sqrt[3]{س+1})}{(\sqrt[3]{س+1})(س^{\frac{4}{3}} + 4س + 6س^{\frac{2}{3}} + 4س^{\frac{1}{3}} + 1 - 2)}$$

$$= \lim_{س \to -1} \frac{2}{(س^{\frac{4}{3}} + 4س + 6س^{\frac{2}{3}} + 4س^{\frac{1}{3}} + 1 - 2)}$$

$$= \frac{2}{0-2} = -1$$

ملحق بإجابات الأسئلة الموضوعية

م	الدرس الأول : نهاية الدالة عند نقطة	الملاحظات
١	من الرسم نلاحظ $\lim_{س \to ٣^+} د(س) = ٢$ ، $\lim_{س \to ٣^-} د(س) = ٢$ $\therefore \lim_{س \to ٣} د(س) = ٢$	
٢	من الرسم $\lim_{س \to ٢^+} د(س) = ٣$ ، $\lim_{س \to ٢^-} د(س) = ٢$ $\therefore \lim_{س \to ٢} د(س)$ غير موجودة [لأن $\lim_{س \to ٢^+} د(س) \neq \lim_{س \to ٢^-} د(س)$]	
٣	نبحث النهاية عند النقاط $\{-١، ١، ٢\}$ من الرسم نجد أن : $\lim_{س \to -١^+} د(س) = ٣$ ، $\lim_{س \to -١^-} د(س) = ٤$ $\therefore \lim_{س \to -١} د(س)$ غير موجودة $\therefore ب = -١$	
٤	$\lim_{س \to ب} د(س)$ موجودة $\forall ب \in \{١، ٢، ٣\}$ نبحث النهاية عند كل نقطة نلاحظ أن : $\lim_{س \to ٢^+} د(س) = ٢$ ، $\lim_{س \to ٢^-} د(س) = ٢$ $\therefore \lim_{س \to ٢} د(س)$ موجودة $\therefore$ قيمة $ب = ٢$	
٥	$\lim_{س \to ١^+} هـ(س) = ٢$ ، $\lim_{س \to ١^-} هـ(س) = ٢$ $\therefore \lim_{س \to ١} هـ(س) = ٢$	
٦	ندرس النهاية على كل نقطة في الفترة $[-٣، ٥]$ نلاحظ أن $\lim_{س \to ٠} هـ(س) = ١$ ، $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = ١$ $\therefore ل = \{٠، ٣\}$	
٧	من الرسم : $\lim_{س \to -٢^+} هـ(س) = ٢$ ، $\lim_{س \to -٢^-} هـ(س) = ٠$ $\therefore \lim_{س \to -٢} هـ(س)$ غير موجودة	
٨	من خلال الرسم نلاحظ أن : $\lim_{س \to -١^-} د(س) = ٢$ ، $\lim_{س \to ٣^-} د(س) = ٢$ $\therefore$ قيم ب هي $\{-١، ٣\}$	

م	الدرس الثاني: نهايات الدوال	الملاحظات
١	بالتعويض المباشر $\lim_{س\to 1} \frac{\frac{1}{س}+1}{س+1} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ $\lim_{س\to -1} \frac{\frac{1+س}{س}}{(س+1)}$ توحيد المقامات في البسط $= \lim_{س\to -1} \frac{(1+س)}{س} \times \frac{1}{(س+1)} = \lim_{س\to -1} \frac{1}{س} = \frac{1}{-1} = -1$	
٢	$\lim_{س\to 0} \frac{(-2+س)^2 - 4}{س} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ (التعويض المباشر) $= \lim_{س\to 0} \frac{(4 - 4س + س^2) - 4}{س}$ $= \lim_{س\to 0} \frac{س^2 - 4س}{س} = \lim_{س\to 0} \frac{س(س-4)}{س} = \lim_{س\to 0} س - 4$ $= 0 - 4 = -4$	- بفك المربع الكامل وتجميع الحدود المتشابهة - بالتحليل بأخذ العامل المشترك من البسط
٣	$\lim_{س\to 3} \frac{س^3 د(س) - 24}{س - 3} = 36$ $\frac{\lim_{س\to 3} س^3 د(س) - 24}{\lim_{س\to 3} س - 3} = 36$ $\lim_{س\to 3} س^3 د(س) - 24 = 36 \times \lim_{س\to 3} س - 3$ $8 د(2) - 24 = 36 \times (2-2)$ $8 د(2) - 24 = 36 \times$ صفر $8 د(2) - 24 = \text{صفر} \leftarrow 8 د(2) = 24$ $\therefore د(2) = \frac{24}{8} = 3$	
٤	بالتعويض المباشر $= \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ $\therefore \lim_{س\to 4} \frac{-4س(\sqrt{س}-2)}{س-4} = \lim_{س\to 4} \frac{-4س(\sqrt{س}-2)}{(\sqrt{س}-2)(\sqrt{س}+2)}$ - المقام فرق بين مربعين $= \lim_{س\to 4} \frac{-4س}{\sqrt{س}+2} = \frac{-4\times 4}{4+2} = \frac{-16}{4} = -4$	- بالتحليل المقام فرق بين مربعين $\sqrt{س}$ ← الجذر التربيعي لـ س ٢ ← الجذر التربيعي لـ ٤
٥	$\lim_{س\to -4} \frac{س^2 + 3س - 4}{ه(س) - 4} = \lim_{س\to -4} \frac{(س+4)(س-1)}{ه(س) - 4}$ $= \lim_{س\to -4} \frac{س+4}{ه(س)-4} \times \lim_{س\to -4} (س-1)$ $= \frac{1}{6} \times (-4-1) = \frac{1}{6} \times -5 = \frac{-5}{6}$	- تحليل لبسط كعبارة ثلاثية - بوضع النهاية كحاصل ضرب نهايتين .

م		الملاحظات
٦	$ق(٧) = -٥$ $\therefore$ نهـا $(٣ \times ق(س+٤))$ $س \to ٣$ $= ٣ \times$ نهـا $ق(س+٤)$ $س \to ٣$ $= ٣ \times ق(٧) = ٣ \times -٥ = -١٥$	$\because$ ق(س) متصلة على مجالها $\therefore$ نهـا ق(س) = ق(٧) $س \to ٧$
٧	طول الفترة $= \frac{١}{\text{معامل س}} = \frac{١}{\left\|-\frac{٢}{٥}\right\|} = \frac{٥}{٢} = ٢٫٥$ صفر الصحيح $\leftarrow$ $٣ - \frac{٢}{٥}س = ٠ \leftarrow \frac{٢}{٥}س = ٣$ $\therefore س = \frac{١٥}{٢} = ٧٫٥$ $(\frac{٥}{٢} \times ٢)$ $(\frac{٥}{٢} \times ١)$ $(\frac{٥}{٢} \times ٠)$ $(\frac{٥}{٢} \times -١)$ $(\frac{٥}{٢} \times -٢)$ $\therefore$ مجموعة نقاط الفصل الدالة هي: $\{\frac{٥}{٢}م : م \in ص\}$	الفصل فقاية دالة الصحيح عند طرفي الفترات الجزئية
٨	نهـا $(٤هـ(س)+١) = ٤$ نهـا $هـ(٣) + ١$ $س \to ٣$ $س \to ٣$ $\because$ نهـا $هـ(٣) = ٢ \leftarrow$ نهـا $= ٤ \times ٢ + ١ = ٩$ $س \to ٣$ $س \to ٣$	
٩	نهـا $\frac{س - ٣م - ٢}{س - ٢} = م$ $س \to ٢$ $\therefore$ نهـا $\frac{س - ٣م - ٢}{س - ٢}$ $= م \leftarrow$ نهـا $(س - ٣م - ٢) = ٢ \times$ نهـا $(س - ٢)$ $س \to ٢$ $س \to ٢$ $س \to ٢$ $= ٢ - ٣م - ٢ =$ صفر $\therefore -٣م = ٠ \leftarrow م = ٠$ $\therefore$ نعوض عن $م = ٠ \leftarrow$ نهـا $\frac{س - ٣ \times ٠ - ٢}{س - ٢}$ $س \to ٢$ $=$ نهـا $\frac{س - ٢}{س - ٢} =$ نهـا $١ = ١ = م$ $س \to ٢$ $س \to ٢$	
١٠	إعادة تعريف دالة المطلق $\|٢س + ٤\|$ صفر المطلق $\leftarrow ٢س + ٤ = ٠ \leftarrow ٢س = -٤ \leftarrow س = -٢$ $(٢س + ٤)$ $\times -٣$ $-(٢س + ٤)$ $\therefore$ نهـا $\frac{\|٢س+٤\| - ٤}{س + ٤}$ $=$ نهـا $\frac{-(٢س+٤) - ٤}{س + ٤}$ $س \to -٤$ $س \to -٤$ $=$ نهـا $\frac{-٢س - ٤ - ٤}{س + ٤} =$ نهـا $\frac{-٢س - ٨}{س + ٤} =$ نهـا $\frac{-٢(س+٤)}{(س+٤)} = -٢$ $س \to -٤$ $س \to -٤$ $س \to -٤$	توزيع الإشارة السالبة وأخذ م.م.ع

م	الدرس الثالث : نهاية الدالة عند اللانهاية	الملاحظات
١	أعلى درجة للبسط = ٣ أعلى درجة للمقام $س^{٢م} \times ٤س^{ن+٢} = س^{٢م+ن+٢}$ ∴ درجة البسط = درجة المقام $٣ = ٢م + ن + ٢$ $٣ - ٢ = ٢(م + ن)$ نأخذ عامل مشترك ٢ $\frac{١}{٢} = م + ن$ ← $م + ن = \frac{١}{٢}$	النهاية عند ∞ لها قيمة (عدد) ≠ صفر اذا كانت درجة البسط ودرجة المقام متساويتان
٢	نقسم كل الحدود على أكبر أس ← $س^{٤}$ $= \text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{\frac{٣٧}{س^{٤}} + \frac{س^{٣}}{س^{٤}} - \frac{٣س^{٤}}{س^{٤}}}{\frac{س}{س^{٤}} + \frac{٢}{س^{٤}} - \frac{٤س^{٣}}{س^{٤}}}$ $= \text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{\frac{٣٧}{س^{٤}} + \frac{١}{س} - ٣}{\frac{١}{س^{٣}} + \frac{٢}{س^{٤}} - \frac{٤}{س}} = \text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{\frac{٣٧}{س^{٤}} + \frac{١}{س} - ٣}{\frac{١}{س}\left[\frac{١}{س^{٢}} + \frac{٢}{س^{٣}} - ٤\right]} = \frac{٣}{\text{صفر} \times (\text{صفر} + \text{صفر} - ٤)} = \frac{٣}{\infty + ٤} = \text{صفر}$	← $\frac{١}{س}\left(\frac{١}{س^{٢}} + \frac{٢}{س^{٣}} - ٤\right)$ $\frac{١}{\infty}\left(\frac{١}{\infty} + \frac{٢}{\infty} - ٤\right)$
٣	$\text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{\sqrt{٩س^{٤} + س^{٣}}}{٨ - س^{٣}} = \text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{\sqrt{س^{٤}\left(٩ + \frac{١}{س}\right)}}{س^{٣}\left(\frac{٨}{س^{٣}} - ١\right)}$ $= \text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{\sqrt{س^{٢}\left(٩ + \frac{١}{س^{٣}}\right)}}{س^{٣}\left(\frac{٨}{س^{٣}} - ١\right)} = \text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{\sqrt{٩ + \frac{١}{س^{٣}}}}{س\left(\frac{٨}{س^{٣}} - ١\right)}$ $= \frac{\sqrt{٩ + \text{صفر}}}{\infty(١ - \text{صفر})} = \frac{٣}{\infty} = \text{صفر}$	∵ درجة البسط أقل من درجة المقام ∴ النهاية = صفر
٤	∵ ب عدد ∴ درجة البسط = درجة المقام ∴ معامل $س^{٣}$ = صفر ← $٢ + ٢ = ٠ \leftarrow ٢ = -٢$ ∴ $\text{نهـا}_{س \to \infty} \frac{٣س^{٢}}{٥ + ٤س - ٢س^{٣}} = \frac{٢}{-٤} = -\frac{١}{٢}$	∵ عدد ≠ صفر
٥	$\text{نهـا}_{س \to \infty}\left(\left[س \times \frac{٥}{س^{٣}} + س \times \frac{٧}{س^{٢}} + س \times \frac{٤}{س^{٣}}\right] + \left[١ \times \frac{٥}{س} + ١ \times \frac{٧}{س^{٢}} + ١ \times \frac{٤}{س^{٣}}\right]\right)$ $\text{نهـا}_{س \to \infty}\left(\underbrace{٥ + \frac{٧}{س} + \frac{٤}{س^{٢}}}\right] + \underbrace{\left[\frac{٥}{س} + \frac{٧}{س^{٢}} + \frac{٤}{س^{٣}}\right]}\Big)$ $٥ + \text{صفر} + \text{صفر} = ٥$	نضرب (س + ١) في القوس

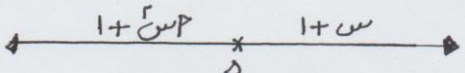
مشروع كراسة الطالب التدريبية في الرياضيات - الفصل الدراسي الأول - وحدة الرياضيات بتعليمية شمال الباطنة

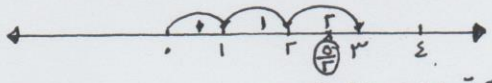
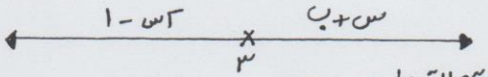
م	تابع الدرس الثالث : نهاية الدالة عند اللانهاية	الملاحظات
٦	$\text{نها}_{س\to\infty} \frac{١٦س^{٤} - \ldots\ldots}{\ldots\ldots + ٤س^{٤}} = \frac{١٦}{٤} = ٤$ درجة البسط = درجة المقام	فك تربيع البسط والمقام لأعلى أس (مفكوك المربع الكامل)
٧	$\text{نها}_{س\to\infty} \frac{٩س^{٢}(س^{٤} + \ldots\ldots)}{\ldots\ldots + ٤س^{٦}} = \text{نها}_{س\to\infty} \frac{٩س^{٦}}{٤س^{٦}} = \frac{٣}{٢}$ $\therefore \frac{٩}{٤} \to \frac{٣}{٢} \to \frac{٣٢}{٢} = \frac{٩}{٣} \to ٩ = ٦$	- (نفس ملاحظة رقم (٦)) - في البسط مفكوك ذي حدين أكبر درجة للمتغير في ذي الحدين هي ٤
٨	نقسم على $س^{١}$ لكل الحدود بسطاً ومقاماً $\text{نها}_{س\to\infty} \frac{\frac{س^{٤}}{س^{١}} - \frac{س^{٣}}{س^{١}}}{\frac{٣س^{٤}}{س^{١}} + \frac{٢س^{١}}{س^{١}}} = \text{نها}_{س\to\infty} \frac{س^{٣} - س^{٢}}{٣س^{٣} + ٢}$ بالتعويض عن $\infty \to$ = صفر / ٢ = صفر	
م	الدرس الرابع : اتصال الدالة عند نقطة	
١	$\because$ الدالة متصلة عند $س = ٣$ $\therefore \text{نها}_{س\to٣^{+}} د(س) = \text{نها}_{س\to٣^{-}} د(س) = د(٣)$ $٣ - ل = ٢ل \to ٣ = ٣ل + ل$ $\therefore \frac{٣}{٣} = \frac{٣ل}{٣} \to ل = ١$	
٢	إعادة تعريف دالة الصحيح $٢ - [س]$ صفر الصحيح $\to س = ٠$ طول الفترة $= \frac{١}{\text{معامل س}} = \frac{١}{|١|} = ١$ $٨ + ٢[س]$ صفر الصحيح $\to س = ٠$ طول الفترة $= \frac{١}{|١|} = ١$ $\therefore$ تكون متصلة في الفترة $[-٢، ١-[$	متناقصة معامل الصحيح سالب متزايدة معامل الصحيح موجب → نعوض في كل دالة خول الفترة الجزئية ونفرق في حالة معامل الصحيح سالب ومعامل الصحيح الموجب * نلاحظ أن إشارة معامل س داخل الصحيح موجبة لذلك نعوض عن س بالعدد الأصغر (الحد الأدنى) في الفترة الجزئية . (إذا كانت إشارة معامل س داخل الصحيح سالبة نعوض بالعدد الأكبر)

مشروع كراسة الطالب التدريبية في الرياضيات - الفصل الدراسي الأول - وحدة الرياضيات بتعليمية شمال الباطنة

م	الدرس الخامس : اتصال الدالة على مجالها	الملاحظات
١	الدالة تكون متصلة على ح - { أصفار المقام } ∴ المقام = (س - ١)(س - ٣) = س^{٢} - ٤س + ٣ ∴ البسط $\sqrt{\text{س}^{٢}+٢} > ٠$ دائماً ∴ د(س) = $\frac{\sqrt{\text{س}^{٢}+٢}}{\text{س}^{٢}-٤\text{س}+٣}$	- ملاحظة فيستبعد المسألة د(س) = $\frac{\sqrt{\text{س}^{٢}-٣\text{س}+٣}}{\text{س}^{٢}-٤\text{س}+٣}$ والتي لها نفس أصفار المقام لأن البسط (الجذر) غير معرّف في]١، ٣[أي أن الدالة غير متصلة على]١، ٣[
٢	∴ الدالة متصلة على ح ∴ $\lim_{\text{س}\to ٢}$ د(س) = د(٢) $\lim_{\text{س}\to ٢}\frac{٢\text{س}^{٢}-٢\text{س}}{\text{س}-٢}$ = د(٢) $\lim_{\text{س}\to ٢}\frac{٢\text{س}(\text{س}-\frac{٢}{٢})}{\text{س}-٢}$ = ٢ ∴ $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{٢}{١}$ ← ضرب الطرفين والوسطين ∴ ٢م = ٢ ← ∴ م = ١	- ملاحظة : لكي تكون النهاية موجودة لابد من اختصار العامل الصفري (س - ٢) من البسط والمقام . لذلك فإن س - ٢ = س - $\frac{٢}{م}$ بالتالي ٢ = $\frac{٢}{م}$
٣	$\lim_{\text{س}\to -٢}\frac{٣\text{س}^{٢}-١٢}{\text{س}+٢}$ = د(-٢) $\lim_{\text{س}\to -٢}\frac{٣(\text{س}^{٢}-٤)}{\text{س}+٢}$ = ك ← فرق بين مربعين $\lim_{\text{س}\to -٢}\frac{٣(\text{س}+٢)(\text{س}-٢)}{(\text{س}+٢)}$ = ك ← التخلص من صفر المقام $\lim_{\text{س}\to -٢}$ ٣(س - ٢) = ك ← ٣(-٢-٢) = ك ٣ × -٤ = ك ∴ ك = -١٢	
٤	$\lim_{\text{س}\to ٢}$ [١ - ٢س] = -١ إعادة تعريف [١ - ٢س] صفر الصحيح ← ١ - ٢س = ٠ ← س = $\frac{١}{٢}$ طول الفترة ← $\frac{١}{١-٢}$ = $\frac{١}{٢}$ ∴ الفترة التي نهايتها = ٢ هي]$\frac{١}{٢}$، ١[	* نهاية دالة الصحيح غير موجودة عند طرفي الفترة الجزئية وموجودة بين الأطراف للفترة الجزئية * إشارة معامل س سالبة بالتالي نعوض عن س بالعدد الأكبر في القوة الجزئية
٥	$\lim_{\text{س}\to ٣}$ (٣ × ق(س + ٤)) = $\lim_{\text{س}\to ٣}$ (٣ × ق(٣ + ٤)) = ٣ × ق(٧) = ٣ × ٥- = -١٥	* د(س) متصلة بالتالي $\lim_{\text{س}\to ٧}$ د(س) = د(٧)

مشروع كراسة الطالب التدريبية في الرياضيات - الفصل الدراسي الأول - وحدة الرياضيات بتعليمية شمال الباطنة

م	إجابة اختبار الوحدة الأولى (الأسئلة الموضوعية)	
١	$\lim_{س\to\infty} \frac{س^٢-١}{س+١}$ نقسم على أكبر أس $س^٢$ $\lim_{س\to\infty} \frac{س^٢ - \frac{١}{س^٢}}{\frac{س}{س^٢}+\frac{١}{س^٢}} = \lim_{س\to\infty} \frac{١ - \frac{١}{س^٢}}{\frac{١}{س}+\frac{١}{س^٢}} = \frac{١}{\text{صفر}} = \infty$	
٢	$\frac{\lim_{س\to١} د(س)}{\lim_{س\to١} ٣ق(س)} = \frac{\lim_{س\to١} د(س)}{٣\lim_{س\to١} ق(س)} = \frac{٨}{٥\times٢} = \frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$	
٣	 إعادة تعريف دالة المطلق $\lim_{س\to٥} د(س)$ موجودة إذا كانت $\lim_{س\to٥^+} د(س) = \lim_{س\to٥^-} د(س)$ $\lim_{س\to٥^+} س+١ = ٥+١ = ٦$ $\lim_{س\to٥} ٢س^٢+١ = ٢\times٥^٢+١ = ٢٥٠+١$ $\therefore ٦ = ٢٥٠+١ \leftarrow ٢٥٠ = ٦-١$ $\frac{٢٥}{٢٥} = \frac{٥}{٢٥} \leftarrow ٢ = \frac{٥}{٢٥} = \frac{١}{٥}$	
٤	تكون الدالة متصلة عند $س = ٢$ إذا كانت $\lim_{س\to٢} د(س) = د(٢)$ $\therefore \lim_{س\to٢^+} د(س) = \lim_{س\to٢^-} د(س)$ $\lim_{س\to٢^+} د(س) = \lim_{س\to٢^+} ٧-٣س = ٧-٣\times٢ = ١$ أمانها $[س+ك]$ بالتجريب عند $س=٢$ خلال الفترة $]٢,١[$ لأن $س \to ٢^-$ (من جهة اليسار)	
٥	عند الرسم $\lim_{س\to٢^+} د(س) = ١$ ، $\lim_{س\to٢^-} د(س) = ٢$ $\therefore \lim_{س\to٢^+} د(س) \neq \lim_{س\to٢^-} د(س)$ $\therefore \lim_{س\to٢} د(س)$ غير موجودة	

م	تابع إجابات إختبار الوحدة الأولى	
(٦)	 إعادة تعريف دالة الصحيح صفر الصحيح ← س = ٠ طول الفترة = $\frac{١}{١١١}$ = ١ نهـا [س] = $\frac{٢}{\frac{٥}{٢}}$ = $\frac{٤}{٥}$ س←$\frac{٥}{٢}$	
(٧)	 متصلة على ح نهـا |س+ب| = نهـا |٣س-١| عدا إعادة تعريف المطلق س←٣+ س←٣- تكون نهـا س+ب = نهـا ٣س-١ س←٣+ س←٣- ٣+ب = ٣×٢-١ ٣+ب = ٦-١ ٣+ب = ٥ ← ب = ٥-٣ = ٢	
(٨)	نهـا $\frac{ق(س)+١٦}{(س-٤)^{٢}}$ = ١ س←٤ $\frac{\text{نهـا } ق(س)+١٦}{\text{نهـا } (س-٤)^{٢}}$ = $\frac{١}{١}$ س←٤ / س←٤ نهـا ق(س)+١٦ = نهـا $(س-٤)^{٢}$ س←٤ س←٤ نهـا ق(س)+١٦ = صفر س←٤ نهـا ق(س) = -١٦ س←٤	

مشروع كراسة الطالب التدريبية في الرياضيات - الفصل الدراسي الأول - وحدة الرياضيات بتعليمية شمال الباطنة